ثانوية الأندلس

سلم تصحيح مادة .... تحليل .... للصف: .... النموذج .... ① مسائي

٢٠٢١ - ٢٠٢٢ تاريخ:

أولاً: السؤال الأول:

1) y=0 مقارب أفقي ← $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$ — 5+5

x=1 مقارب شاقولي ← $\lim_{x\to1^+} f(x)=-\infty$ — 5+5

2) $f(2)=2$ — 5

عند x=2 المماس Δ يمر من $(2,2)$ و $(0,0)$

$f'(2)=m_\Delta=\frac{2-0}{2-0}=1$ — 5

3) $\Delta: y=x$ — 10

$\boxed{40}$

السؤال الثاني:

نفرض $f(x)=\frac{2x}{x-1}$ — 5

$f'(x)=\frac{-2}{(x-1)^2}$ 0 — 5

التابع متناقص المتتالية u_n متناقصة تماماً — 5

نفرض $g(x)=\frac{6x}{3x+4}$ — 5

$g'(x)=\frac{24}{(3x+4)^2}>0$ — 5

التابع متزايد المتتالية v_n متزايدة تماماً — 5

(الشرط الأول محقق)

$u_n-v_n=\frac{2n}{n-1}-\frac{6n}{3n+4}$ — 5

$\lim_{n\to+\infty}(u_n-v_n)=2-2=0$ — 5

(الشرط الثاني محقق)

من الشرطين المتتاليتان متجاورتان $\boxed{40}$

ثانياً: التمرين الأول:

1) $u_n=\frac{(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})}{(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})}$ — 10

$=\frac{n+1-n}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} \to u_n=\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$ — 10

ومنه

$\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$ (*)

2) من (*)

$S_n=\cancel{1}$

$+\sqrt{2}-\cancel{1}$

$+\sqrt{3}-\sqrt{2}$

$+ \vdots$

$+\sqrt{n}-\sqrt{n-1} \to S_n=\sqrt{n}$ — 20 — 10

3) $\lim_{n\to+\infty} S_n=\boxed{+\infty}$ متباعدة — 10

التمرين الثاني:

1) $f'(x)=\frac{x^2+2x+4}{(x+1)^2}$ — 10

2) $g(x)=f(\sin x)$ — 5

$g'(x)=f'(\sin x)(\sin x)'$ — 5

$=\frac{\sin^2 x+2\sin x+4}{(\sin x+1)^2}(\cos x)$ — 10

3)

$$\begin{array}{r|l} x^2-4 & x+1 \\ \mp x^2 \mp x & x-1 \\ -x-4 & \\ \mp x \mp 1 & \\ =3 & \end{array}$$

— 5

$f(x)=x-1-\frac{3}{x+1}$ — 5

نثبت أن $\Delta: y=x-1$ مقارب — 5

$f(x)-y_\Delta=-\frac{3}{x+1}$ — 5

$\lim_{x\to-\infty}(f(x)-y_\Delta)=0$ — 5

$\lim_{x\to+\infty}(f(x)-y_\Delta)=0$ — 5

$\boxed{\Delta: y=x-1}$ مقارب مائل عند $-\infty$ و $+\infty$

$\boxed{60}$

ثالثاً: المسألة الأولى:

1) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\boxed{+\infty}$ — 5

عند $-\infty$: $+\infty-\infty$ عدم تعيين

$f(x)=\frac{(\sqrt{x^2+4}+x)(\sqrt{x^2+4}-x)}{(\sqrt{x^2+4}-x)}$ — 5

$=\frac{4}{\sqrt{x^2+4}-x}$ — 5

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=0 \to$ $\boxed{y=0}$ مقارب أفقي عند $-\infty$ — 5+5

2) $f(x) - y_\Delta = \sqrt{x^2+4} - x$ — 5

عند $+\infty$: $+\infty - \infty$ عدم تعيين — 5

$f(x) - y_\Delta = \dfrac{(\sqrt{x^2+4} - x)(\sqrt{x^2+4} + x)}{\sqrt{x^2+4} + x}$ — 5

$= \dfrac{4}{\sqrt{x^2+4} + x}$ — 5

$\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - y_\Delta) = 0$ — 5

$\boxed{\Delta : y = 2x}$ مقارب مائل عند $+\infty$. — 5

3) $f(x) - y_\Delta = \dfrac{4}{\sqrt{x^2+4} + x}$

$\sqrt{x^2+4} > x$ — 5

ومنه $f(x) - y_\Delta > 0$ — 5

C فوق Δ دوماً . — 5

4) $D_f =]-\infty, +\infty[$

f مستمر واشتقاقي على D_f

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$f'(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+4}} + 1 > 0$ — 10

f متزايد

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		+	
$f(x)$	0	↗	$+\infty$

5 (للسطر $f'(x)$) 5 (للسطر $f(x)$)

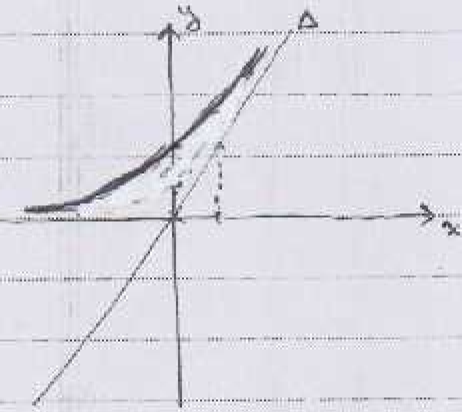
5) $\Delta : y = 2x$

$x = 0 \leftarrow y = 0$: $(0,0)$

$x = 1 \leftarrow y = 2$: $(1,2)$

المقارب 5

المنحني 5



100

التمرين الأول :

①

4 $\overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BG})$

4 $= \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(2\overrightarrow{BK})$

$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BK}$

2 $\Rightarrow \overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AK}$

Q تنطبق على K.

$\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CG}$

4 $= \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CG})$

4 $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DG}$

نفرض O مركز الوجه

DCGH فإن

2 $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DO}$

$\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AO}$

$P = O$ P تنطبق على O.

②

2 $J(0,0,1)$

2 $I(1,0,0)$

2 $K(2,2,1)$

4+4 $\overrightarrow{JI}(1,0,-1)$ $\|\overrightarrow{JI}\| = \sqrt{2}$

4+4 $\overrightarrow{JK}(2,2,0)$ $\|\overrightarrow{JK}\| = \sqrt{8}$

4 $\overrightarrow{JI}\ \overrightarrow{JK} = 2 + 0 + 0 = 2$

4 $\cos(I\hat{J}K) = \dfrac{\overrightarrow{JI} \cdot \overrightarrow{JK}}{\|\overrightarrow{JI}\| . \|\overrightarrow{JK}\|}$

4 $= \dfrac{2}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}} = \dfrac{2}{\sqrt{16}}$

4 $\cos(I\hat{J}K) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

2 $\Rightarrow I\hat{J}K = \frac{\pi}{3}$

المسألة الثانية

4 $\overrightarrow{AB}(-1, 0, +1)$

4 $\overrightarrow{AC}(1, 8, 3)$

المركبات غير متناسبة $\overrightarrow{AB} \nparallel \overrightarrow{AC}$

4 بأن النقط A,B,C ليست

على استقامة واحدة فهي تعين

مستوياً واحداً P.

4 $\overrightarrow{AD}(2, -2, 3)$

ندرس الارتباط الخطي:

4 $\overrightarrow{AD} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$

4 $\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \alpha\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ 3 \end{pmatrix}$

6 $\begin{cases} 2 = -\alpha + \beta & (1) \\ -2 = 0 + 8\beta & (2) \\ 3 = \alpha + 3\beta & (3) \end{cases}$

4 $(2) \Rightarrow \boxed{\beta = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4}}$

$(1) \Rightarrow 2 = -\alpha - \frac{1}{4}$

4 $\boxed{\alpha = -2 - \frac{1}{4} = -\frac{9}{4}}$

نتحقق من المعادلة (3)

$3 \overset{?}{=} -\frac{9}{4} - \frac{3}{4} =$

4 $3 = -\frac{12}{4} \Rightarrow \boxed{3 \neq -3}$

ومنه الأشعة ليست
مرتبطة خطياً فإن 4
النقاط A, B, C, D لا تقع
في مستوٍ واحد.
ومنه $D \notin P$. 4

3) $\vec{n}(2,-1,2)$ $B(0,-1,0)$
نفرض $M(x,y,z)$ نقطة
من المستوي المطلوب:
$P: \vec{n} \cdot \vec{BM} = 0$ 4
$2(x-0)-1(y+1)+2(z-0)=0$ 4
$\boxed{P: 2x-y+2z-1=0}$ 2

$D(3,-3,2)$
$\mathrm{dist}(D,P)$ 4
$= \frac{|2x_0-y_0+2z_0-1|}{\sqrt{4+1+4}}$
$= \frac{|6+3+4-1|}{3} = \frac{12}{3}$ 4
$\boxed{\mathrm{dist}(D,P)=4}$ 4

4) مركز الكرة D ونصف قطرها
$r = \mathrm{dist}(D,P) = 4$ 4
معادلة الكرة من الشكل:
$(x-x_D)^2+(y-y_D)^2+(z-z_D)^2=r^2$ 4
$\boxed{(x-3)^2+(y+3)^2+(z-2)=16}$ 4

5) معادلة المستوي المحوري:
نفرض I منتصف BC
$I(1,3,1)$ 4
المستوي المحوري يقبل الشعاع

$\vec{n}_1 = \vec{BC}(2,8,2)$ 4
شعاعاً ناظماً له فإن:
نفرض $M(x,y,z)$ نقطة
من المستوي المطلوب:
$\vec{n}_1 \cdot \vec{IM} = 0$ 4
$2(x-1)+8(y-3)+2(z-1)=0$
$2x-2+8y-24+2z-2=0$

$2x+8y+2z-28=0$ 4
$\boxed{(P_{BC}) : x+4y+z-14=0}$

طريقة ثانية

نفرض $M(x,y,z)$ نقطة من المستوي
المحوري فإن:
$\|\vec{BM}\| = \|\vec{CM}\|$
$\sqrt{x^2+(y+1)^2+z^2}$
$= \sqrt{(x-2)^2+(y-7)^2+(z-2)^2}$ $\boxed{10}$ ب

$\Rightarrow x^2+y^2+2y+1+z^2$
$= x^2-4x+4+y^2-14y+49$
$+z^2-4z+4$

$\Rightarrow +2y+14y+4x+4z.$

$\Rightarrow 4x+16y+4z-56=0$

$\boxed{\Rightarrow x+8y+z-14=0}$

أولاً

السؤال الثالث:

①

3 $P(-2+i)$

$= (-2+i)^2 + (-1+i)(-2+i) + (-4+7i)$

$= 4 - 4i - 1 + 2 - i - 2i - 1 - 4 + 7i$

2 $\Rightarrow P(-2+i) = 0$

⇐ $Z_A = -2+i$ جذر للمعادلة $P(z)=0$

3 مجموع الجذرين $Z_1 + Z_2 = \frac{-b}{a}$

$\Rightarrow -2+i + Z_2 = \frac{-(-1+i)}{1}$

2 $\Rightarrow Z_2 = 3 - 2i$ الجذر الآخر

②

5 $z' - z_B = e^{i\frac{\pi}{2}}(z_A - z_B)$

2 $z' - (3-2i) = i(-2+i-(3-2i))$

$z' - 3 + 2i = i(-5+3i)$

$z' - 3 + 2i = -3 - 5i$

3 $\Rightarrow \boxed{z' = -7i}$

③

10 $z' = -7i = 7(-i) = 7e^{-i\frac{\pi}{2}}$

2 $\vec{AB} = \vec{DA'} \Leftrightarrow$ م.أ $ABA'D$

2 $\Rightarrow Z_{\vec{AB}} = Z_{\vec{DA'}}$

2 $\Rightarrow Z_B - Z_A = Z_{A'} - Z_D$

2 $3 - 2i - (-2+i) = -7i - Z_D$

$\Rightarrow 5 - 3i + 7i = -Z_D$

2 $\Rightarrow \boxed{Z_D = -5 - 4i}$

السؤال الرابع

①

$z = \frac{3i\bar{z}+5}{\bar{z}+3i}$

3 $z(\bar{z}+3i) = 3i\bar{z}+5$

2 $z\bar{z} + 3i\bar{z} = 3i\bar{z}+5$

3 $(x+iy)(x-iy) + 3i(x+iy) = 3i(x-iy)+5$

$x^2+y^2+3ix-3y = 3ix+3y+5$

2 $x^2+y^2-6y+5=0$

$x^2+y^2-6y+9-9-5=0$

5 $x^2+(y-3)^2=14$

5 ⇐ z تمثل دائرة مركزها $(0,3)$

نصف قطرها $R=\sqrt{14}$

②

$z = \frac{(1+i)^4+(1-i)^4}{-4i}$

5 $= \frac{(\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}})^4 + (\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}})^4}{4e^{-i\frac{\pi}{2}}}$

5 $= \frac{4e^{i\pi}+4e^{-i\pi}}{4e^{-i\frac{\pi}{2}}}$

5 $= \frac{4e^{i\pi}+4e^{i\pi}}{4e^{-i\frac{\pi}{2}}} = \frac{8e^{i\pi}}{4e^{-i\frac{\pi}{2}}}$

5 $\Rightarrow z = 2e^{i\frac{3\pi}{4}}$

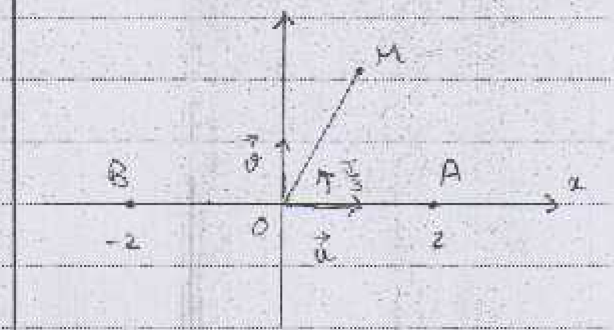
التمرين الرابع:

5 ① $\frac{e^{i\frac{\pi}{3}}-1}{e^{i\frac{\pi}{3}}+1} = \frac{e^{i\frac{\pi}{6}}\left(e^{i\frac{\pi}{6}}-e^{-i\frac{\pi}{6}}\right)}{e^{i\frac{\pi}{6}}\left(e^{i\frac{\pi}{6}}+e^{i\frac{\pi}{6}}\right)}$

5 $= \frac{2i\sin\frac{\pi}{6}}{2\cos\frac{\pi}{6}} = i\,\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

2 $\Rightarrow \frac{e^{i\frac{\pi}{3}}-1}{e^{i\frac{\pi}{3}}+1} = \frac{1}{\sqrt{3}}\,i$

②

3 

5 بما أن $OA = OB = OM = 2$
فإن النقاط A,B,M تقع في دائرة مركزها
O، ونصف قطرها 2.

5 ③ $a' = a + Z_{\vec{OM}} = 2 + 2e^{i\frac{\pi}{3}}$

5 $b' = b + Z_{\vec{OM}} = -2 + 2e^{i\frac{\pi}{3}}$

5 $m' = m + Z_{\vec{OM}} = 2e^{i\frac{\pi}{3}} + 2e^{i\frac{\pi}{3}} = 4e^{i\frac{\pi}{3}}$

5 ④ $\frac{m'-a'}{m-b} = \frac{4e^{i\frac{\pi}{3}} - 2 - 2e^{i\frac{\pi}{3}}}{2e^{i\frac{\pi}{3}}+2}$

$= \frac{-2+2e^{i\frac{\pi}{3}}}{2e^{i\frac{\pi}{3}}+2} = \frac{e^{i\frac{\pi}{3}}-1}{e^{i\frac{\pi}{3}}+1}$

5 $\Rightarrow \frac{m'-a'}{m-b} = \frac{1}{\sqrt{3}}\,i$

نأخذ arg الطرفين

3 $\arg\left(\frac{m'-a'}{m-b}\right) = \arg\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\,i\right)$

3 $(\vec{BM}, \vec{A'M'}) = \frac{\pi}{2}$

3 فالمستقيمان (BM) و $(A'M')$ متعامدان

نأخذ طويلة الطرفين

3 $\left|\frac{m'-a'}{m-b}\right| = \left|\frac{1}{\sqrt{3}}\,i\right|$

3 $\frac{A'M'}{MB} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \boxed{MB = \sqrt{3}\,A'M'}$